APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 14 GIUGNO 2013

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π-periodica, dispari, definita da

$$f(t) = t(\pi^2 - t^2), \qquad t \in [-\pi, \pi).$$

a) Disegnare il grafico della funzione.
b) Verificare che la funzione è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere tale sviluppo in forma trigonometrica.
d) Studiare la convergenza della serie alla funzione.
e) Utilizzando l'identità di Parseval, calcolare la somma della serie numerica $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6}$.
f) Utilizzando i risultati relativi alla convergenza puntuale, calcolare la somma della serie numerica $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-)^k}{(2k+1)^3}$.

2) Determinare l'integrale particolare, soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 8y = x^2 + \sin x, \\ y(0) = 1, \qquad y'(0) = 1. \end{cases}$$

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \ln(2x + y) - 4xy,$$

determinare il <u>massimo relativo vincolato</u> al luogo $\Gamma = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \quad \dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{y} - 4 = 0\}$.

4) Si consideri l'aperto $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \quad 1 + x + y > 0\}$. Giustificando tutti i passaggi, verificare che la funzione $f : A \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x, y) = x^2 \ln(1 + x + y)$$

è differenziabile in $(0, 0)$.